Lucidi del corso di

Controllo digitale

Corso di Laurea triennale in Ingegneria dell'Automazione

Università di Siena, Facoltà di Ingegneria

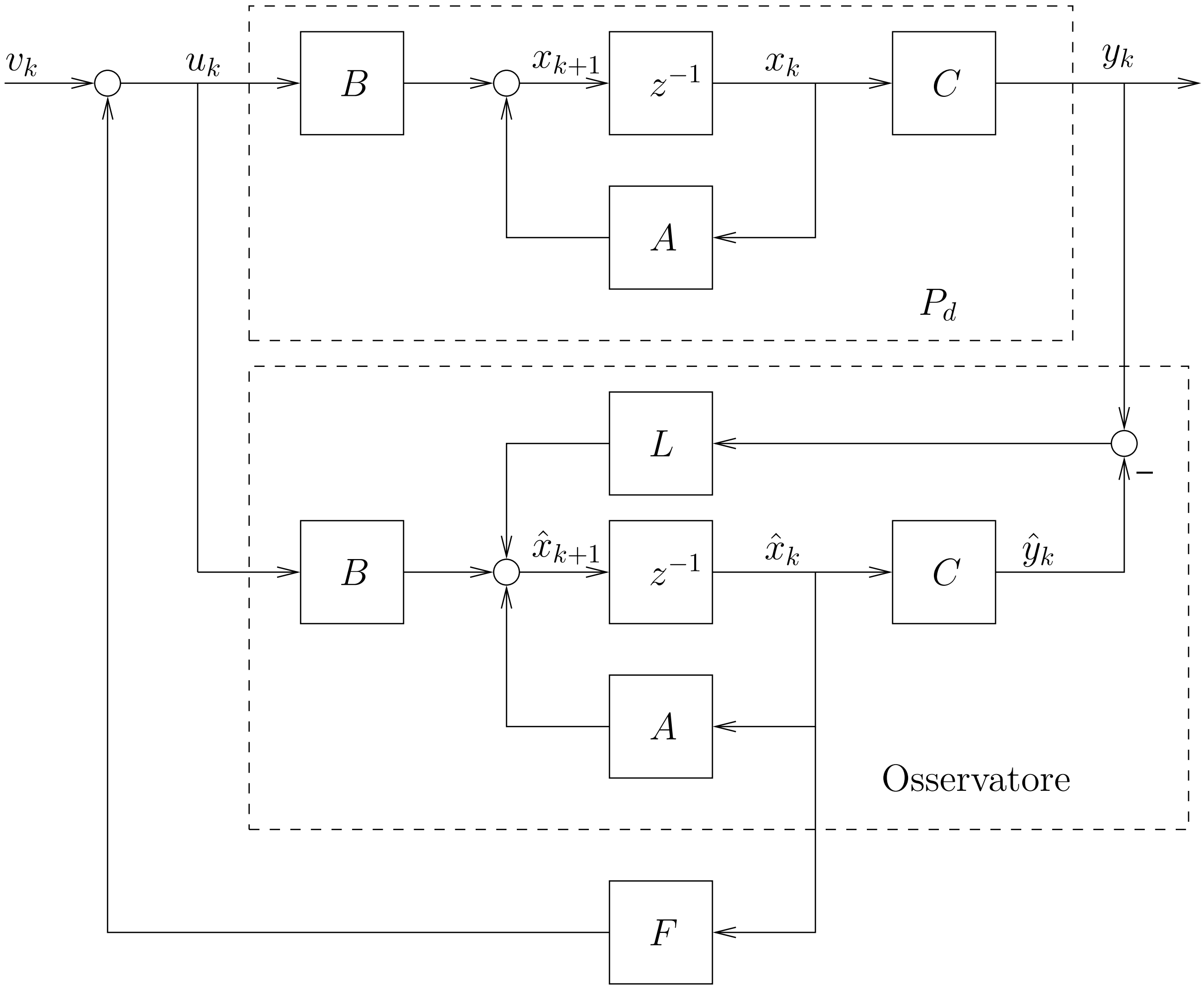
Parte IX

Compensatore dinamico

Gianni Bianchini

COMPENSATORE DINAMICO

- Si desidera utilizzare i metodi nello spazio degli stati retroazionando la stima dello stato fornita da un osservatore asintotico



$$u_k = F\hat{x}_k + v_k$$

- Alla dinamica dell'anello chiuso contribuiscono la dinamica del sistema e quella dell'osservatore, che retroaziona il sistema

- Quale influenza ha l'osservatore sulla dinamica complessiva?

COMPENSATORE DINAMICO

- Dinamica del sistema complessivo

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k \\ \hat{x}_{k+1} &= A\hat{x}_k + Bu_k + L(y_k - C\hat{x}_k) \\ u_k &= F\hat{x}_k + v_k \\ y_k &= Cx_k \end{aligned}$$

- Dinamica ad anello chiuso (stato x_k ed errore di stima $\tilde{x}_k = x_k - \hat{x}_k$)

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= (A+BF)x_k - BF\tilde{x}_k + Bv_k \\ \tilde{x}_{k+1} &= (A-LC)\tilde{x}_k \\ y_k &= Cx_k \end{aligned}$$

- Introducendo lo stato esteso $\xi_k = [x_k' \ \ \tilde{x}_k']'$

$$\begin{aligned} \xi_{k+1} &= \begin{bmatrix} A+BF & -BF \\ 0 & A-LC \end{bmatrix} \xi_k + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} v_k \\ y_k &= \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \xi_k \end{aligned}$$

- Funzione di trasferimento ad anello chiuso $G(z) = Y(z)/V(z)$

$$\begin{aligned} G(z) &= \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} zI-(A+BF) & BF \\ 0 & zI-(A-LC) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= C[zI-(A+BF)]^{-1}B \end{aligned}$$

- La funzione di trasferimento del sistema ad anello chiuso, e quindi il comportamento ingresso-uscita del sistem, non dipende dalla dinamica dell'osservatore ed è identica al caso della retroazione dall'intero stato!

PRINCIPIO DI SEPARAZIONE

- Poiché il guadagno F influisce solo sugli autovalori della dinamica dello stato x_k e sui poli della funzione di trasferimento dell'anello chiuso, mentre il guadagno L influisce solo sulla dinamica dell'errore di stima, è possibile progettare F ed L indipendentemente l'uno dall'altro!

- Nota. La funzione di trasferimento $G(z) = C[zI - (A + BF)]^{-1}B$ rende ragione solo del comportamento ingresso-uscita del sistema, non della risposta libera

- Gli autovalori del sistema ad anello chiuso sono dati dall'insieme degli autovalori di $A+BF$ e degli autovalori di $A-LC$, ma di questi solo quelli di $A + BF$ compaiono come poli in $G(z)$. Ci sono quindi cancellazioni polo-zero corrispondenti alla dinamica di $\tilde{x}_k$, che è *non raggiungibili*, infatti l'ingresso u_k agisce su x_k e $\hat{x}_k$ allo stesso modo, quindi non può influenzare la loro differenza $\tilde{x}_k$

- La scelta di L influisce sul comportamento in evoluzione libera (e quindi sul transitorio) del sistema. Infatti

$$y_k^l = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A + BF & -BF \\ 0 & A - LC \end{bmatrix}^k \xi_0$$

  - Si verifica facilmente che nell'espressione di y_k^l per $k \geq 2$ compare L

- Per ridurre l'effetto dello stimatore sul transitorio, L deve essere scelto in modo che la dinamica dell'errore di stima risulti molto più rapida della dinamica del sistema. L'osservatore può essere ad esempio deadbeat (tutti gli autovalori in $z = 0$)

CONTROLLO DEADBEAT

- *Controllo deadbeat in retroazione dallo stato*: se il sistema è controllabile, il guadagno F può essere scelto in modo da posizionare tutti gli n autovalori di $A + BF$ in $z = 0$, in modo che la risposta vada a regime in al più n passi

- Se si impiega un osservatore, gli autovalori dell'osservatore (errore di stima) non compaiono come poli nella funzione di trasferimento $G(z)$ ad anello chiuso, dunque la risposta *forzata* del sistema va a regime in n passi quando F è scelta in modo che $A + BF$ sia deadbeat

- La risposta libera in generale *non* va a zero in tempo finito anche se $A + BF$ è deadbeat, poiché la sua evoluzione dipende da L

- Tuttavia se anche l'osservatore è scelto di tipo deadbeat, allora l'evoluzione libera del sistema complessivo

$$\xi^l_{k+1} = \begin{bmatrix} A + BF & -BF \\ 0 & A - LC \end{bmatrix} \xi_k$$

  va a zero in al più $2n$ passi, dunque l'evoluzione completa del sistema (risposta libera più risposta forzata) va a regime dopo al più $2n$ passi.

- Con *compensatore dinamico deadbeat* si intende un compensatore dinamico in cui sia i poli del sistema sia quelli dell'osservatore sono posti in $z = 0$

ESEMPI COMPENSAZIONE DINAMICA

- `poleplacement_oss.m` - Allocazione autovalori con compensazione dinamica
- `poleplacement_int_oss.m` - Allocazione autovalori con azione integrale e compensazione dinamica
  - Analizzare gli effetti dei disturbi sul comando e sull'uscita
- `poleplacement_int_oss_track.m` - Inseguimento di un segnale generico con azione integrale, compensazione dinamica e condizioni iniziali non nulle
  - Effetto della frequenza naturale dei poli dominanti imposti sul transitorio e sulla precisione di inseguimento (ritardo riferimento-uscita)
- `lq_oss.m` - Regolazione dinamica in senso LQ per sistema senza azione integrale
- `lq_int_oss.m` - Regolazione dinamica in senso LQ per sistema con azione integrale